

УТВЕРЖДЕНО

Учебно-методическим советом
по довузовскому образованию

протокол № _____ от _____

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ НА БАЗЕ
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Математика»

2025 год

1. Общие положения.

Настоящая программа составлена в соответствии со следующими нормативными документами:

- Приказ Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 27.11.2024 № 821 «Об утверждении Порядка приема на обучение по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры»;
- Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования»;
- Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 23.11.2022 № 1014 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования»;
- Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 21.09.2022 № 858 "Об утверждении Федерального перечня учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациями, осуществляющими образовательную деятельность и установление предельного срока использования исключенных учебников".

Цель проведения вступительного испытания - оценка уровня освоения поступающими образовательных программ среднего общего (профессионального) образования, необходимых для обучения в вузе.

Вступительное испытание проводится на русском языке с использованием дистанционных технологий.

На вступительном испытании устанавливается 100-балльная итоговая шкала оценок. Задания оцениваются разным количеством баллов, в зависимости от их типа. На основе результатов выполнения всех заданий экзамена определяется итоговый балл по 100-балльной шкале.

2. Содержание вступительного испытания

Раздел I. Основные понятия, формулы, теоремы и факты

1. Основные алгебраические понятия

1.1. Числа, корни и степени

- 1) Натуральные, целые, рациональные, действительные числа и действия над ними.
- 2) Степень с натуральным показателем, целым, рациональным и действительным показателем. Свойства степеней.
- 3) Обыкновенные и десятичные дроби, проценты.
- 5) Корень натуральной степени $n > 1$ и его свойства

1.2. Тригонометрия

- 1) Радианная мера угла. Тригонометрическая окружность
- 2) Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента
- 3) Основные тригонометрические тождества
- 4) Периодичность тригонометрических функций. Формулы приведения.
- 5) Синус, косинус и тангенс суммы и разности
- 6) Синус и косинус двойного и половинного аргумента
- 7) Теоремы сложения и следствия из них
- 8) Обратные тригонометрические функции.

1.3. Логарифмы

- 1) Определение логарифма числа.
- 2) Логарифм произведения, частного, степени
- 3) Десятичный и натуральный логарифмы, число e

1.4. Преобразования выражений

- 1) Преобразования выражений, содержащих алгебраические дроби
- 2) Формулы сокращенного умножения
- 3) Преобразования выражений, содержащих корни натуральной степени
- 4) Преобразования тригонометрических выражений
- 5) Преобразование выражений, содержащих логарифмы
- 6) Модуль (абсолютная величина) числа и его свойства.

2. Уравнения и неравенства

2.1. Уравнения

- 1) Линейные и квадратные уравнения. Уравнения высших степеней.
- 2) Рациональные уравнения
- 3) Иррациональные уравнения
- 4) Тригонометрические уравнения
- 5) Показательные уравнения

- 6) Логарифмические уравнения
- 7) Комбинированные уравнения.
- 8) Равносильность уравнений и систем уравнений
- 9) Системы уравнений. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
- 10) Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
- 11) Решение уравнений и систем уравнений с параметрами
- 12) Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений

2.2. Неравенства

- 1) Линейные и квадратные неравенства
- 2) Рациональные неравенства. Метод интервалов
- 3) Показательные неравенства
- 4) Логарифмические неравенства
- 5) Тригонометрические неравенства
- 6) Системы неравенств с одной переменной.
- 7) Равносильность неравенств, систем неравенств
- 8) Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
- 9) Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем
- 10) Решение неравенств и систем неравенств с параметрами

3. Функции

3.1. Определение и график функции

- 1) Функция, область определения функции
- 2) Множество значений функции
- 3) График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
- 4) Обратная функция. График обратной функции
- 5) Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрии относительно осей координат

3.2. Элементарное исследование функций

- 1) Монотонность функции, промежутки возрастания и убывания.
- 2) Четность и нечетность функции
- 3) Периодичность функции
- 4) Ограниченность функции
- 5) Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
- 6) Наибольшее и наименьшее значения функции

3.3. Основные элементарные функции

- 1) Линейная функция, ее график
- 2) Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график

- 3) Квадратичная функция, ее график
- 4) Степенная функция с натуральным и целым показателем, ее график
- 5) Тригонометрические функции, их графики
- 6) Показательная функция, ее график
- 7) Логарифмическая функция, ее график

3.4 Последовательности и прогрессии

- 1) Числовая последовательность как функция от натурального аргумента. Последовательность, заданная рекуррентно.
- 2) Арифметическая прогрессия. Формулы общего члена и суммы арифметической прогрессии.
- 3) Геометрическая прогрессия. Формулы общего члена и суммы геометрической прогрессии.

4. Начала математического анализа

4.1. Производная функции

- 1) Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
- 2) Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
- 3) Уравнение касательной к графику функции
- 4) Производные суммы, разности, произведения, частного, производная от сложной функции.
- 5) Производные основных элементарных функций

4.2. Исследование функций

- 1) Применение производной к исследованию функций и построению графиков
- 2) Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах

4.3. Первообразная и интеграл

- 1) Первообразные элементарных функций
- 2) Примеры применения интеграла в физике и геометрии

5. Геометрия

5.1. Планиметрия

- 1) Треугольник: медиана, биссектриса, высота, средняя линия; их свойства. Признаки равенства треугольников. Признаки подобия треугольников. Сумма углов треугольника. Неравенство треугольника. Синус, косинус, тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора.
- 2) Углы, образованные параллельными прямыми и секущей. Свойства и признаки параллельных прямых.
- 3) Четырёхугольники. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция; их свойства и признаки.

- 4) Свойство и признак биссектрисы угла. Свойство и признак серединного перпендикуляра к отрезку.
- 4) Окружность и круг. Длина окружности и дуги окружности. Площадь круга и сектора. Вписанные и центральные углы. Свойства касательных, секущих и хорд.
- 5) Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Отношение площадей подобных фигур.
- 6) Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Условия, при которых можно вписать окружность в четырёхугольник. Условия, при которых можно описать окружность вокруг четырёхугольника.
- 7) Теорема синусов. Теорема косинусов.
- 8) Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
- 9) Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

5.2. Прямые и плоскости в пространстве

- 1) Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
- 2) Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
- 3) Параллельность плоскостей, признаки и свойства
- 4) Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах
- 5) Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
- 6) Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

5.3. Многогранники

- 1) Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
- 2) Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
- 3) Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
- 4) Сечения куба, призмы, пирамиды
- 5) Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

5.4. Тела и поверхности вращения

- 1) Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- 2) Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- 3) Шар и сфера, их сечения

5.5. Измерение геометрических величин

- 1) Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
- 2) Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями

- 3) Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
- 4) Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями
- 6) Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
- 7) Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

5.6. Координаты и векторы

- 1) Декартовы координаты на плоскости и в пространстве
- 2) Формула расстояния между двумя точками; уравнения окружности, сферы
- 3) Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число
- 4) Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
- 5) Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам
- 6) Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

6.1. Элементы комбинаторики

- 1) Поочередный и одновременный выбор
- 2) Формулы для числа размещений, перестановок и сочетаний. Бином Ньютона

6.2. Элементы статистики

- 1) Табличное и графическое представление данных
- 2) Числовые характеристики рядов данных

6.3. Элементы теории вероятностей

- 1) Вероятности событий. Классическое определение вероятности случайного события
- 2) Теорема сложения вероятностей. Совместные и несовместные события.
- 3) Теорема умножения вероятностей. Зависимые и независимые события, условная вероятность.
- 2) Примеры использования теории вероятностей и статистики при решении прикладных задач

Раздел II. Требования к умениям и навыкам

1. Умеет выполнять вычисления и преобразования:

- а) выполняет арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находит значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма;

- б) вычисляет значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; вычисляет выражение приближенно;
- в) проводит по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

2. Умеет решать уравнения и неравенства:

- а) решает рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы;
- б) решает уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использует графический метод для решения уравнений и неравенств;
- в) решает рациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические неравенства, их системы.

3. Умеет выполнять действия с функциями:

- а) определяет значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывает по графику поведение и свойства функции, находит по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строит графики основных элементарных функций;
- б) вычисляет производные и первообразные элементарных функций;
- в) исследует функции на монотонность и экстремумы, находит наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке;
- г) применяет исследование функций для решения задач, в том числе прикладного характера.

4. Умеет выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами:

- а) решает планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- в) решает стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использует при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- в) определяет координаты точки; проводит операции над векторами, вычисляет длину и координаты вектора, угол между векторами, применяет векторный метод и метод координат для решения геометрических задач.

5. Умеет строить и исследовать простейшие математические модели:

- а) моделирует реальные ситуации на языке алгебры, составляет уравнения и неравенства по условию задачи; исследует построенные модели с использованием аппарата алгебры;
- б) моделирует реальные ситуации на языке геометрии, исследует построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры;

- решает практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- в) проводит доказательные рассуждения при решении задач, оценивает логическую правильность рассуждений, распознаёт логически некорректные рассуждения;
- г) моделирует реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычисляет вероятности событий, анализирует полученные результаты и делает выводы.

6. Умеет использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- а) анализирует реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществляет практические расчеты по формулам; пользуется оценкой при практических расчетах;
- б) описывает с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретирует их графики; извлекает информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- в) решает прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, нахождение скорости и ускорения.

3. Ресурсы для подготовки к вступительному испытанию

3.1. Рекомендуемая основная литература

п/п	Наименование
1	Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы: в 2 ч. – М.: Мнемозина, 2022. (ФГОС)
2	Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и другие. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. 10-11 классы; учебник – М.: Просвещение, 2020. (ФГОС)
3	Мордкович А. Г., Семенов П. В., Александрова Л. А., Мардахаева Е. Л. Алгебра 8 класс: учебник — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. (ФГОС)
4	Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра 9 класс : учебник — М.: Просвещение, 2022. (ФГОС)

3.2. Рекомендуемая дополнительная литература

п/п	Наименование
1	Садовничий Ю.В. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Задания с развёрнутым ответом – М.: Издательство «Экзамен», 2022.
2	Ткачук В.В. Математика – абитуриенту, 18-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2018.
3	Шабунин М.И. Математика для поступающих в вузы: Учебное пособие – М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2016.

3.3. Программное обеспечение, интернет-ресурсы (электронные образовательные ресурсы)

п/п	Наименование	Условия доступа/скачивания
1)	Сайт ФИПИ https://fipi.ru/#submenu:ege	свободный доступ
2)	Сайт Решу ЕГЭ https://math-ege.sdamgia.ru/	свободный доступ