

УТВЕРЖДЕНО

Учебно-методическим советом
по довузовскому образованию (УМСДО)
протокол № 5(э) от 31.10.2022 г.

Федеральное государственное автономное учреждение
высшего образования

Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»

Математика

ПРОГРАММА
ПРОФИЛЬНОГО ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Алгебра и начала анализа

Программа вступительного испытания «Алгебра и начала анализа»

Настоящая программа опирается на требования к математической подготовке выпускника средней общеобразовательной школы и составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования. Программа состоит из двух разделов.

В первом разделе перечислены основные элементы содержания курса Математика средней школы, знание которых обязательно для абитуриента.

Во втором разделе конкретизируется перечень основных умений и навыков, которыми должен уверенно владеть абитуриент и применять их для решения задач.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют требованиям к математической подготовке выпускника средней общеобразовательной школы, выбравшего профильный уровень ЕГЭ по математике. Поступающий должен продемонстрировать умение использовать весь арсенал средств курса Математика, включая алгебру, геометрию, начала анализа и основы теории вероятностей и статистики.

При решении задач можно использовать без доказательств и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования РФ.

Вступительное испытание проводится в форме письменного теста, который состоит из 30 заданий и оценивается из расчета 100 баллов. Время выполнения заданий – 180 минут. Задания теста имеют различный оценочный коэффициент: от 2 баллов за задание базового уровня до 4 баллов за задание повышенного уровня сложности.

Содержание вступительного испытания по математике

I. Основные понятия, формулы, теоремы и факты

1. Алгебра

1.1. Числа, корни и степени

- 1) Целые числа
- 2) Степень с натуральным показателем
- 3) Дроби, проценты, рациональные числа
- 4) Степень с целым показателем
- 5) Корень степени $n > 1$ и его свойства
- 6) Степень с рациональным показателем и ее свойства
- 7) Свойства степени с действительным показателем

1.2. Тригонометрия

- 1) Радианная мера угла. Тригонометрическая окружность
- 2) Синус, косинус, тангенс и котангенс числового аргумента
- 3) Основные тригонометрические тождества

- 4) Формулы приведения
- 5) Синус, косинус и тангенс суммы и разности
- 6) Синус и косинус двойного и половинного аргумента
- 7) Теоремы сложения и следствия из них
- 8) Обратные тригонометрические функции.
- 9) Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств

1.3. Логарифмы

- 1) Логарифм числа
- 2) Логарифм произведения, частного, степени
- 3) Десятичный и натуральный логарифмы, число e

1.4. Преобразования выражений

- 1) Преобразования выражений, содержащих алгебраические дроби
- 2) Формулы сокращенного умножения
- 3) Преобразования выражений, содержащих корни натуральной степени
- 4) Преобразования тригонометрических выражений
- 5) Преобразование выражений, содержащих логарифмы
- 6) Модуль (абсолютная величина) числа

2. Уравнения и неравенства

2.1. Уравнения

- 1) Линейные и квадратные уравнения
- 2) Рациональные уравнения
- 3) Иррациональные уравнения
- 4) Тригонометрические уравнения
- 5) Показательные уравнения
- 6) Логарифмические уравнения
- 7) Равносильность уравнений и систем уравнений
- 8) Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
- 9) Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
- 10) Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
- 11) Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
- 12) Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений

2.2. Неравенства

- 1) Линейные и квадратные неравенства
- 2) Рациональные неравенства
- 3) Показательные неравенства
- 4) Логарифмические неравенства

- 5) Тригонометрические неравенства
- 6) Системы линейных неравенств
- 7) Системы неравенств с одной переменной
- 8) Равносильность неравенств, систем неравенств
- 9) Использование свойств и графиков функций при решении неравенств
- 10) Метод интервалов
- 11) Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

3. Функции

3.1. Определение и график функции

- 1) Функция, область определения функции
- 2) Множество значений функции
- 3) График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
- 4) Обратная функция. График обратной функции
- 5) Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрии относительно осей координат

3.2. Элементарное исследование функций

- 1) Монотонность функции. Промежутки возрастания убывания
- 2) Четность и нечетность функции
- 3) Периодичность функции
- 4) Ограниченность функции
- 5) Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
- 6) Наибольшее и наименьшее значения функции

3.3. Основные элементарные функции

- 1) Линейная функция, ее график
- 2) Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график
- 3) Квадратичная функция, ее график
- 4) Степенная функция с натуральным и целым показателем, ее график
- 5) Тригонометрические функции, их графики
- 6) Показательная функция, ее график
- 7) Логарифмическая функция, ее график

4. Начала математического анализа

4.1. Производная

- 1) Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
- 2) Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
- 3) Уравнение касательной к графику функции
- 4) Производные суммы, разности, произведения, частного

- 5) Производные основных элементарных функций
- 6) Вторая производная и ее физический смысл

4.2. Исследование функций

- 1) Применение производной к исследованию функций построению графиков
- 2) Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах

4.3. Первообразная и интеграл

- 1) Первообразные элементарных функций
- 2) Примеры применения интеграла в физике и геометрии

5. Геометрия

5.1. Планиметрия

- 1) Треугольник
- 2) Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
- 3) Трапеция
- 4) Окружность и круг
- 5) Окружность, вписанная в треугольник, и окружность описанная около треугольника
- 6) Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
- 7) Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

5.2. Прямые и плоскости в пространстве

- 1) Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
- 2) Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
- 3) Параллельность плоскостей, признаки и свойства
- 4) Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах
- 5) Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
- 6) Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

5.3. Многогранники

- 1) Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
- 2) Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
- 3) Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
- 4) Сечения куба, призмы, пирамиды
- 5) Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

5.4. Тела и поверхности вращения

- 1) Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- 2) Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- 3) Шар и сфера, их сечения

5.5. Измерение геометрических величин

- 1) Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
- 2) Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями
- 3) Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
- 4) Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями
- 5) Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
- 6) Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
- 7) Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

5.6. Координаты и векторы

- 1) Декартовы координаты на плоскости и в пространстве
- 2) Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы
- 3) Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число
- 4) Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
- 5) Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам
- 6) Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

6.1. Элементы комбинаторики

- 1) Поочередный и одновременный выбор
- 2) Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

6.2. Элементы статистики

- 1) Табличное и графическое представление данных
- 2) Числовые характеристики рядов данных

6.3. Элементы теории вероятностей

- 1) Вероятности событий. Классическое определение вероятности случайного события
- 2) Теоремы сложения и умножения вероятностей. Несовместные события
- 3) Независимые события, условная вероятность
- 2) Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

II. Требования к умениям и навыкам

Поступающий должен уметь:

1. Уметь выполнять вычисления и преобразования:

А) выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма;

Б) вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; вычислять выражение приближенно;

В) проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

2. Уметь решать уравнения и неравенства:

А) решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы;

Б) решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать графический метод для решения уравнений и неравенств;

В) решать рациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические неравенства, их системы.

3. Уметь выполнять действия с функциями:

А) определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций;

Б) вычислять производные и первообразные элементарных функций;

В) исследовать функции на монотонность и экстремумы, находить наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке;

Г) применять исследование функций для решения задач, в том числе прикладного характера.

4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами:

А) решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);

- Б) решать стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- В) определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами, применять векторный метод и метод координат для решения геометрических задач

5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели:

- А) моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры;
- Б) моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- В) проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения;
- Г) моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять вероятности событий, анализировать полученные результаты и делать выводы

6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:

- А) анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- Б) описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- В) решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.