

УТВЕРЖДЕНО

Учебно-методическим советом  
по довузовскому образованию (УМСДО)  
протокол от 27.10.2021г. №33(э)

Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего образования

Национальный исследовательский университет  
«Высшая школа экономики»

ПРОГРАММА  
ПРОФИЛЬНОГО ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

«Алгебра и начала анализа»

## **Программа вступительного испытания «Алгебра и начала анализа»**

Настоящая программа состоит из двух разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Во втором разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на экзамене.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими.

Система заданий с развернутым ответом основывается на следующих принципах.

1. Возможны различные способы решения в записи развернутого ответа. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивание происходит «в плюс»: оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочеты по сравнению с «эталонным» решением.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

Вступительное испытание проводится в форме письменного теста. Состоит из 30 заданий и оценивается из расчета 100 баллов. Время выполнения заданий – 180 минут. Задания теста имеют различный оценочный коэффициент: от 2 баллов за задание базового уровня до 4 баллов за задания с повышенным уровнем сложности или с множественным выбором правильных ответов.

## **Содержание вступительного испытания по математике**

### **I. Основные понятия**

#### **1. Алгебра**

##### **1.1. Числа, корни и степени**

- 1) Целые числа
- 2) Степень с натуральным показателем
- 3) Дроби, проценты, рациональные числа
- 4) Степень с целым показателем
- 5) Корень степени  $n > 1$  и его свойства
- 6) Степень с рациональным показателем и ее свойства
- 7) Свойства степени с действительным показателем

## 1.2. Основы тригонометрии

- 1) Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
- 2) Радианная мера угла
- 3) Синус, косинус, тангенс и котангенс числа
- 4) Основные тригонометрические тождества
- 5) Формулы приведения
- 6) Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
- 7) Синус и косинус двойного угла

## 1.3. Логарифмы

- 1) Логарифм числа
- 2) Логарифм произведения, частного, степени
- 3) Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$

## 1.4. Преобразования выражений

- 1) Преобразования выражений, включающих арифметические операции
- 2) Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
- 3) Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
- 4) Преобразования тригонометрических выражений
- 5) Преобразование выражений, включающих операцию взятия логарифма
- 6) Модуль (абсолютная величина) числа

## 2. Уравнения и неравенства

### 2.1. Уравнения

- 1) Квадратные уравнения
- 2) Рациональные уравнения
- 3) Иррациональные уравнения
- 4) Тригонометрические уравнения
- 5) Показательные уравнения
- 6) Логарифмические уравнения
- 7) Равносильность уравнений, систем уравнений
- 8) Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
- 9) Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
- 10) Использование свойств и графиков функций при решении уравнений
- 11) Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем
- 12) Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений

### 2.2. Неравенства

- 1) Квадратные неравенства
- 2) Рациональные неравенства
- 3) Показательные неравенства
- 4) Логарифмические неравенства
- 5) Системы линейных неравенств
- 6) Системы неравенств с одной переменной
- 7) Равносильность неравенств, систем неравенств
- 8) Использование свойств и графиков функций при решении неравенств

- 9) Метод интервалов
- 10) Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

### **3. Функции**

#### 3.1. Определение и график функции

- 1) Функция, область определения функции
- 2) Множество значений функции
- 3) График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях
- 4) Обратная функция. График обратной функции
- 5) Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрии относительно осей координат

#### 3.2. Элементарное исследование функций

- 1) Монотонность функции. Промежутки возрастания убывания
- 2) Четность и нечетность функции
- 3) Периодичность функции
- 4) Ограниченность функции
- 5) Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции
- 6) Наибольшее и наименьшее значения функции

#### 3.3. Основные элементарные функции

- 1) Линейная функция, ее график
- 2) Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график
- 3) Квадратичная функция, ее график
- 4) Степенная функция с натуральным показателем, ее график
- 5) Тригонометрические функции, их графики
- 6) Показательная функция, ее график
- 7) Логарифмическая функция, ее график

### **4. Начала математического анализа**

#### 4.1. Производная

- 1) Понятие о производной функции, геометрический смысл производной
- 2) Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком
- 3) Уравнение касательной к графику функции
- 4) Производные суммы, разности, произведения, частного
- 5) Производные основных элементарных функций
- 6) Вторая производная и ее физический смысл

#### 4.2. Исследование функций

- 1) Применение производной к исследованию функций построению графиков
- 2) Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах

#### 4.3. Первообразная и интеграл

- 1) Первообразные элементарных функций
- 2) Примеры применения интеграла в физике и геометрии

## 5. Геометрия

### 5.1. Планиметрия

- 1) Треугольник
- 2) Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
- 3) Трапеция
- 4) Окружность и круг
- 5) Окружность, вписанная в треугольник, и окружность описанная около треугольника
- 6) Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника
- 7) Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

### 5.2. Прямые и плоскости в пространстве

- 1) Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых
- 2) Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства
- 3) Параллельность плоскостей, признаки и свойства
- 4) Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах
- 5) Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства
- 6) Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур

### 5.3. Многогранники

- 1) Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма
- 2) Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде
- 3) Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида
- 4) Сечения куба, призмы, пирамиды
- 5) Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

### 5.4. Тела и поверхности вращения

- 1) Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- 2) Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка
- 3) Шар и сфера, их сечения

### 5.5. Измерение геометрических величин

- 1) Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности
- 2) Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями
- 3) Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника
- 4) Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями
- 5) Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора
- 6) Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы
- 7) Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса,

шара

### 5.6. Координаты и векторы

- 1) Декартовы координаты на плоскости и в пространстве
- 2) Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы
- 3) Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число
- 4) Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
- 5) Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам
- 6) Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

## 6. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

### 6.1. Элементы комбинаторики

- 1) Поочередный и одновременный выбор
- 2) Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

### 6.2. Элементы статистики

- 1) Табличное и графическое представление данных
- 2) Числовые характеристики рядов данных

### 6.3. Элементы теории вероятностей

- 1) Вероятности событий
- 2) Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач

## II. Требования к поступающему

*На экзамене по математике поступающий должен уметь:*

### 1. Уметь выполнять вычисления и преобразования:

- А) выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма;
- Б) вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; вычислять выражение приближенно;
- В) проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

### 2. Уметь решать уравнения и неравенства:

- А) решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы;
- Б) решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- В) решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы.

### 3. Уметь выполнять действия с функциями:

А) определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций;

Б) вычислять производные и первообразные элементарных функций;

В) исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.

#### **4. Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами:**

- А) решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей);
- Б) решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- В) определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

#### **5. Уметь строить и исследовать простейшие математические модели:**

- А) моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры;
- Б) моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- В) проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения;
- Г) моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий;

#### **6. Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:**

- А) анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- Б) описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках;
- В) решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

#### **Рекомендуемая литература**

1. Любые учебники по математике для учащихся 10-11-х классов.

#### **Учебные пособия:**

2. Иванов А.А., Иванов А.П. Математика. Пособие для систематизации знаний и подготовки к ЕГЭ: Учебное пособие, изд. 4-е, перераб. и доп. М.: Физматкнига, 2015.

В пособии рассматриваются вопросы школьной программы по математике, глубокое понимание которых особенно важно при изучении высшей математики в вузе, а также



вопросы элементарной математики, не нашедшие достаточно полного отражения в школьном курсе. Представлено большое количество практических заданий, взятых из различных источников, а также авторских заданий; предпочтение отдается задачам, при решении которых используются сведения из различных разделов элементарной математики.

3. Иванов А.П. Тесты и контрольные работы по математике. Учебное пособие, 5-е изд. перераб. И доп. М.: Физматкнига, 2008.

В пособии приводятся дидактические материалы в виде тематических и итоговых экзаменационных тестов и контрольных работ для систематизации знаний школьников и абитуриентов по математике, сдающих ЕГЭ или вступительный экзамен как в письменной форме, так и путем тестирования. Пособие предназначено слушателям подготовительных курсов, а также старшеклассникам, которые самостоятельно готовятся к поступлению в вуз или сдаче ЕГЭ.

4. Иванов А.А., Иванов А.П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Часть 1. М.: Физматкнига, 2015.

Цель издания книги — помочь школьникам в систематизации знаний по математике. Приведены тесты пяти уровней сложности по темам: преобразования алгебраических выражений, простейшие функции, простые уравнения, простые неравенства. Предназначены учащимся общеобразовательных учреждений для самоконтроля при подготовке к выпускным экзаменам, централизованному и региональному тестированию, а также к единому государственному экзамену и вступительным экзаменам в вузы; студентам математических специальностей и школьным учителям для проверки знаний учащихся по указанным темам.

5. Иванов А.А., Иванов А.П. Тематические тесты для систематизации знаний по математике. Часть 2. М.: Физматкнига, 2015.

Цель издания книги — помочь школьникам в систематизации знаний по математике. Приведены тесты пяти уровней сложности по темам: логарифмическая и показательная функции, тригонометрия, последовательности, геометрия, производная и ее приложения. Предназначены учащимся общеобразовательных учреждений для самоконтроля при подготовке к выпускным экзаменам, централизованному и региональному тестированию, а также к единому государственному экзамену и вступительным экзаменам в вузы; студентам математических специальностей и школьным учителям для проверки знаний учащихся по указанным темам.